

聚焦考试评价体系 关注结构不良试题

蔡海涛¹; 潘敬贞²; 骆妃景³

(1. 莆田第二中学, 福建 莆田 351131; 2. 汕头市澄海华侨中学, 广东 汕头 515800; 3. 东莞市麻涌中学, 广东 东莞, 523000)

摘要: 为体现高考评价体系四翼考查要求, 当前高考会考查一些结构不良试题. 这类试题题意难理解, 推理困难, 对考生的知识储备和综合能力要求较高. 本文通过对七道结构不良试题的详细解答和评析, 提出了应对结构不良试题的策略及教学启示.

关键词: 结构不良试题; 数学素养; 教学启示; 数学思想

一、问题提出

中国高考评价体系里面四翼考查要求中的“创新性”试题强调创新意识和创新思维, 强调知识的灵活运用, 要求通过命制开放性试题、结构不良试题, 发挥选拔功能. 新时期高考内容改革的重要特征就是从能力立意到素养导向的转变, 素养导向的题目特点是不追求题目结构完整, 而是更清晰、准确地考查学生的智力水平、思考深度、思维习惯和科学态度^[1], 这类试题称为结构不良试题.

结构不良试题是指它没有明确的结构、要求或解决的途径. 这类问题的主要特征有: 问题条件或数据部分缺失或冗余; 问题目标界定不明确; 具有多种解法; 具有多种评价解决方法的标准等^[2]. 这些结构不良试题会对考生的心理造成很大的影响, 可能会成为考生获得高分的拦路虎. 本文以七道高中数学主干知识为载体的结构不良试题为例, 探究这类问题的求解策略以及教学启示.

二、试题赏析

例 1 已知 a, b, c 分别为 $\triangle ABC$ 内角 A, B, C 的对边, 若 $\triangle ABC$ 同时满足以下四个条件

中的三个: ① $\frac{b-a}{c} = \frac{2\sqrt{6}a+3c}{3(a+b)}$; ② $\frac{\cos C}{\cos A} + \frac{c}{a} = \frac{2b}{a}$; ③ $a = \sqrt{6}$; ④ $b = 2\sqrt{2}$;

(1) 条件①②能否同时满足, 请说明理由;

(2) 以上四个条件, 请在满足三角形有解的所有组合中任选一组, 并求出对应 $\triangle ABC$ 的面积.

解 (1) 由① $\frac{b-a}{c} = \frac{2\sqrt{6}a+3c}{3(a+b)}$ 及余弦定理, 得 $3(a^2+c^2-b^2) = -2\sqrt{6}ac$,

所以 $\cos B = \frac{a^2+c^2-b^2}{2ac} = -\frac{\sqrt{6}}{3}$.

②由 $\frac{\cos C}{\cos A} + \frac{c}{a} = \frac{2b}{a}$ 及正弦定理, 得 $\frac{\cos C \sin A + \cos A \sin C}{\cos A \sin A} = \frac{2 \sin B}{\sin C}$,

即 $\frac{\sin(A+C)}{\cos A \sin A} = \frac{2 \sin B}{\sin A}$, 因为 $A+C=\pi-B$, $A \in (0, \pi)$,

所以 $\sin(A+C) = \sin B \neq 0$, $\cos A = \frac{1}{2}$, 则 $A = \frac{\pi}{3}$.

因为 $\cos B = -\frac{\sqrt{6}}{3} < -\frac{1}{2}$, 且 $B \in (0, \pi)$, 所以 $B > \frac{2\pi}{3}$.

所以 $A+B > \pi$, 矛盾. 所以 $\triangle ABC$ 不能同时满足①②.

(2) 由(1)知, $\triangle ABC$ 满足①③④或②③④.

若 $\triangle ABC$ 满足①③④, 因为 $b^2 = a^2 - c^2 - 2ac \cos B$,

所以 $8 = 6 + c^2 + 2 \times \sqrt{6} \times c \times \frac{\sqrt{6}}{3}$, 即 $c^2 + 4c - 2 = 0$, 解得 $c = \sqrt{6} - 2$.

所以 $\triangle ABC$ 的面积 $S = \frac{1}{2}ac \sin B = \sqrt{3} - \sqrt{2}$.

另: 若 $\triangle ABC$ 满足②③④, $\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B}$, 即 $\frac{\sqrt{6}}{\sqrt{3}} = \frac{2\sqrt{2}}{\sin B}$

解得 $\sin B = 1$, 所以 $c = \sqrt{2}$. 所以 $\triangle ABC$ 的面积 $S = \frac{1}{2}bc \sin A = \sqrt{3}$.

评注 本题第一问条件冗余, 设问新颖, 问题的开放性较大. 如何有效利用正余弦定理以及三角公式进行恒等变形解决问题? 问题的目标是什么? 这些问题都对学生提出了较大的挑战! 因此, 解决该问题的关键是利用①②两个条件得到 $\triangle ABC$ 的边角关系是否与三角形的内角和定理等知识矛盾; 第二问是在第一问的基础上利用正余弦定理解三解形. 对于问题条件冗余的结构不良问题, 首先有充分必备解三角形知识; 其次是要善于挖掘题目的隐含条件; 第三是要关注多个条件之间的兼容性.

例 2 (2020 年山东卷 17) 在① $ac = \sqrt{3}$, ② $c \sin A = 3$, ③ $c = \sqrt{3}b$ 这三个条件中任选一个, 补充在下面问题中, 若问题中的三角形存在, 求 c 的值; 若问题中的三角形不存在, 说明理由.

问题: 是否存在 $\triangle ABC$, 它的内角 A, B, C 的对边分别为 a, b, c , 且 $\sin A = \sqrt{3} \sin B$, $C = \frac{\pi}{6}$, _____?

注: 如果选择多个条件分别解答, 按第一个解答计分.

解法一: 由 $\sin A = \sqrt{3} \sin B$ 可得: $\frac{a}{b} = \sqrt{3}$, 不妨设 $a = \sqrt{3}m, b = m (m > 0)$,

则: $c^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cos C = 3m^2 + m^2 - 2 \times \sqrt{3}m \times m \times \frac{\sqrt{3}}{2} = m^2$, 即 $c = m$.

选择条件①: 据此可得: $ac = \sqrt{3}m \times m = \sqrt{3}m^2 = \sqrt{3}$, $\therefore m = 1$, 此时 $c = m = 1$.

选择条件②: 据此可得: $\cos A = \frac{b^2 + c^2 - a^2}{2bc} = \frac{m^2 + m^2 - 3m^2}{2m^2} = -\frac{1}{2}$,

则: $\sin A = \sqrt{1 - \left(-\frac{1}{2}\right)^2} = \frac{\sqrt{3}}{2}$, 此时: $c \sin A = m \times \frac{\sqrt{3}}{2} = 3$, 则: $c = m = 2\sqrt{3}$.

选择条件③: 可得 $\frac{c}{b} = \frac{m}{m} = 1$, $c = b$, 与条件 $c = \sqrt{3}b$ 矛盾, 则问题中的三角形不存在.

解法二: $\because \sin A = \sqrt{3} \sin B, C = \frac{\pi}{6}, B = \pi - (A + C), \therefore \sin A = \sqrt{3} \sin(A + C) = \sqrt{3} \sin\left(A + \frac{\pi}{6}\right)$,

$\sin A = \sqrt{3} \sin(A + C) = \sqrt{3} \times \frac{\sqrt{3}}{2} \sin A + \frac{1}{2} \times \sqrt{3} \cos A$,

$\therefore \sin A = -\sqrt{3} \cos A, \therefore \tan A = -\sqrt{3}, \therefore A = \frac{2\pi}{3}, \therefore B = C = \frac{\pi}{6}$,

若选①, $ac = \sqrt{3}, \therefore a = \sqrt{3}b = \sqrt{3}c, \therefore \sqrt{3}c^2 = \sqrt{3}, \therefore c = 1$;

若选②, $c \sin A = 3$, 则 $\frac{\sqrt{3}c}{2} = 3, c = 2\sqrt{3}$;

若选③, 与条件 $c = \sqrt{3}b$ 矛盾.

评注 本题是条件缺失的结构不良问题. 该题具有很强的开放性和浓厚的探究味道, 以及试题更加注重思维的灵活性及策略选择, 对数学理解能力、数学探究能力的考查能够起到积极的作用. 本题是以三角知识为载体, 主要考察正余弦定理和主要三角公式, 通过利用定理、公式进行运算推理最后解决问题.

同时,我们需要注意,在处理三角形中的边角关系时,一般全部化为角的关系,或全部化为边的关系.题中若出现边的一次式一般采用到正弦定理,出现边的二次式一般采用到余弦定理.应用正、余弦定理时,注意公式变式的应用.解决三角形问题时,注意角的限制范围,这些也是解决该题类问题的关键.

例3 设数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 S_n , $a_1=1$, _____.

给出下列三个条件:

条件①:数列 $\{a_n\}$ 为等比数列,数列 $\{S_n+a_1\}$ 也为等比数列;条件②:点 (S_n, a_{n+1}) 在直线 $y=x+1$ 上;

条件③: $2^n a_1 + 2^{n-1} a_2 + \dots + 2a_n = na_{n+1}$.

试在上面的三个条件中任选一个,补充在上面的横线上,完成下列两问的解答:

(1) 求数列 $\{a_n\}$ 的通项公式;

(2) 设 $b_n = \frac{1}{\log_2 a_{n+1} \cdot \log_2 a_{n+3}}$, 求数列 $\{b_n\}$ 的前 n 项和 T_n .

注:如果选择多个条件分别解答,按第一个解答计分.

解 方案一:选条件①. (1) 因为数列 $\{S_n+a_1\}$ 为等比数列,

$$\text{所以 } (S_2+a_1)^2 = (S_1+a_1)(S_3+a_1), \text{ 即 } (2a_1+a_2)^2 = 2a_1(2a_1+a_2+a_3).$$

$$\text{设等比数列 } \{a_n\} \text{ 的公比为 } q, \text{ 因为 } a_1=1, \text{ 所以 } (2+q)^2 = 2(2+q+q^2),$$

$$\text{解得 } q=2 \text{ 或 } q=0 \text{ (舍)}, \text{ 所以 } a_n = a_1 q^{n-1} = 2^{n-1} (n \in \mathbf{N}^*).$$

$$(2) \text{ 由 (1) 得 } a_n = 2^{n-1} (n \in \mathbf{N}^*), \text{ 所以 } b_n = \frac{1}{\log_2 a_{n+1} \cdot \log_2 a_{n+3}} = \frac{1}{n(n+2)} = \frac{1}{2} \left(\frac{1}{n} - \frac{1}{n+2} \right),$$

$$\text{则 } T_n = \frac{1}{2} \left(\frac{3}{2} - \frac{1}{n+1} - \frac{1}{n+2} \right) = \frac{3}{4} - \frac{2n+3}{2(n+1)(n+2)}.$$

方案二:选条件②. (1) 因为点 (S_n, a_{n+1}) 在直线 $y=x+1$ 上, 所以 $a_{n+1} = S_n + 1 (n \in \mathbf{N}^*)$,

$$\text{所以 } a_n = S_{n-1} + 1 (n \geq 2), \text{ 两式相减得 } a_{n+1} - a_n = a_n, \frac{a_{n+1}}{a_n} = 2 (n \geq 2),$$

$$\text{因为 } a_1 = 1, a_2 = S_1 + 1 = a_1 + 1 = 2, \frac{a_2}{a_1} = 2 \text{ 适合上式,}$$

所以数列 $\{a_n\}$ 是首项为1, 公比为2的等比数列, 所以 $a_n = a_1 q^{n-1} = 2^{n-1} (n \in \mathbf{N}^*)$.

(2) 同方案一的(2).

方案三:选条件③.

$$\text{当 } n \geq 2 \text{ 时, 因为 } 2^n a_1 + 2^{n-1} a_2 + \dots + 2a_n = na_{n+1} (n \in \mathbf{N}^*) \dots (i)$$

$$\text{所以 } 2^{n-1} a_1 + 2^{n-2} a_2 + \dots + 2a_{n-1} = (n-1)a_n,$$

$$\text{则 } 2^n a_1 + 2^{n-1} a_2 + \dots + 2^2 a_{n-1} = 2(n-1)a_n \dots (ii)$$

$$(i) - (ii) \text{ 得 } 2a_n = na_{n+1} - 2(n-1)a_n, \text{ 即 } \frac{a_{n+1}}{a_n} = 2 (n \geq 2),$$

$$\text{当 } n=1 \text{ 时, } 2a_1 = a_2, \frac{a_2}{a_1} = 2 \text{ 适合上式,}$$

所以数列 $\{a_n\}$ 是首项为1, 公比为2的等比数列, 所以 $a_n = a_1 q^{n-1} = 2^{n-1} (n \in \mathbf{N}^*)$.

(2) 同方案一的(2).

评注 本题第一问是条件缺失的结构不良问题, 已知数列 $\{a_n\}$ 的首项及三个备选条件选其一, 求其通项. 条件①主要考查等比中项的性质及等比数列基本量的运算; 条件②主要考查 S_n 与 a_n 的转化; 条件③主要考查递推关系式的转化. 学生面对不同条件考查的不同知识点, 可选择自己较擅长及便于运算的条件着手进行, 因此该题为学生的个性化、多样化提供了良好的选择, 体现了试题的人文关怀. 同时, 在日常的学习中, 通过对该题的求解可以很好的将有关数列通项问题很好的回顾与梳理, 对促进知识的

整合与系统化有很好的帮助，因此可以说结构不良试题不仅具有良好的选拔功能还具有很好的教学功能。

例 4 设 $f(x)$ 是在 $(0, +\infty)$ 上的可导函数，且 $f'(x) \geq \frac{2}{x}f(x)$ ， $f(1)=4$ ， $f(2)=16$ ，则下列一定不成立的是

- A. $f\left(\frac{3}{2}\right)=8$ B. $f(3)=40$ C. $f(4)=72$ D. $f(5)=120$

解 设 $g(x) = \frac{f(x)}{x^2}$ ，则 $g'(x) = \frac{f'(x)x^2 - f(x)2x}{x^4} = \frac{x(f'(x) - 2f(x))}{x^4} \geq 0$ ，

则 $g(x)$ 为单调递增函数或常数函数，而 $g(1) = \frac{f(1)}{1^2} = 4$ ， $g(2) = \frac{f(2)}{2^2} = 4$ ，所以 $g(x)$ 在区间 $[1, 2]$ 上

是常数函数，则 $g\left(\frac{3}{2}\right) = 4 = \frac{f\left(\frac{3}{2}\right)}{\frac{9}{4}}$ ，即 $f\left(\frac{3}{2}\right) = 9$ 。

而 $g(3) \geq 4 \Rightarrow f(3) \geq 36$ ， $g(4) \geq 4 \Rightarrow f(4) \geq 64$ ， $g(5) \geq 4 \Rightarrow f(5) \geq 100$ 。故选 A。

评注 由于 $g(x)$ 在区间 $[1, 2]$ 上是常数函数，而当 $x > 2$ 时， $g(x)$ 为单调递增函数或常数函数均有可能，已知条件不明确，形成结构不良问题， $g(x)$ 的解析式无法确定，试题非常抽象，对能力要求比较高，很多学生很难理解，但 $g(x)$ 的函数值的范围可求，从而补偿结构性缺陷，得到 $f(x)$ 函数值的范围进行判断，在问题的求解过程中对学生的数学抽象、逻辑推理等水平的要求很高，同时也可以很好的训练学生的数学思维，发展学生的素养水平。

例 5 (2008 年高考浙江卷·理 10) 如图 1， AB 是平面 α 的斜线段， A 为斜足。若点 P 在平面 α 内运动，使得 $\triangle ABP$ 的面积为定值，则动点 P 的轨迹是 ()

- A. 圆 B. 椭圆 C. 一条直线 D. 两条平行直线

解 因为 $\triangle ABP$ 的面积为定值，且 AB 是定长的斜线段，为此点 P 到线段 AB 的距离是定值。于是点 P 在空间中的轨迹应是以 AB 为旋转轴的圆柱面，又点 P 在平面 α 内，所以点 P 的轨迹是该圆柱面被平面 α 所截出的椭圆。

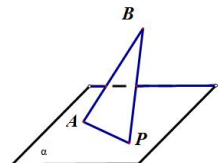


图1

评注 本题求点 P 的轨迹，“求点的轨迹”的背景形成了情境性的结构缺陷，通过已知条件转化点 P 到线段 AB 的距离是定值补全了这个问题情景。但此题的求解过程很多学生很难通过空间想象和推理得出正确的答案。该题的正确求解首先要深刻理解题意；其次是将条件合理转化（这是最关键也是最难）。因此，在平日里多对此类问题的研究、训练，对提升学生的数学思维能力和发展学生的数学素养水平有很大的帮助。

例 6 已知椭圆 $E: \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > b > 0)$ 的左、右焦点分别为 F_1, F_2 ，点 P 为椭圆 E 上

任意一点， $\overline{PF_1} \cdot \overline{PF_2}$ 的最大值为 1，点 A_1 为椭圆 E 的左顶点， $\triangle A_1PF_2$ 的面积最大值为 $\frac{2+\sqrt{3}}{2}$ 。

(1) 求椭圆 E 的方程；

(2) 动直线 l 与椭圆 E 交于不同两点 $A(x_1, y_1)$ ， $B(x_2, y_2)$ ， O 为坐标原点， M 为 AB 的中点，_____。是否存在实数 λ ，使得 $|OM| \cdot |AB| \leq \lambda$ 恒成立？若存在，求 λ 的最小值；若不存在，说明理由。

从① $\triangle AOB$ 的面积为1, ② $|\vec{m} + \vec{n}| = |\vec{m} - \vec{n}|$ (其中向量 $\vec{m} = (\frac{x_1}{a}, \frac{y_1}{b})$, $\vec{n} = (\frac{x_2}{a}, \frac{y_2}{b})$) 这两个条件中选择一个, 补充在上面的问题中并作答.

注: 如果选择多个条件分别解答, 按第一个解答计分.

解 (1) 椭圆 E 的方程为 $\frac{x^2}{4} + y^2 = 1$. (过程略)

(2) 若选①, 假设存在实数 λ , 使得 $|OM| \cdot |AB| \leq \lambda$ 恒成立.

当 AB 的斜率存在时, 设直线 AB 的方程为 $y = kx + m$, $A(x_1, y_1)$, $B(x_2, y_2)$, $M(x_0, y_0)$, 由

$$\begin{cases} y = kx + m \\ \frac{x^2}{4} + y^2 = 1 \end{cases} \text{ 消去 } y \text{ 得 } (4k^2 + 1)x^2 + 8kmx + 4m^2 - 4 = 0,$$

$$\begin{cases} \Delta = 16(4k^2 + 1 - m^2) > 0 \\ x_1 + x_2 = -\frac{8km}{4k^2 + 1}, & |AB| = \sqrt{1+k^2} |x_1 - x_2| = \frac{4\sqrt{k^2+1} \cdot \sqrt{4k^2+1-m^2}}{4k^2+1}, \\ x_1 x_2 = \frac{4m^2-4}{4k^2+1} \end{cases}$$

点 O 到直线 AB 的距离 $d = \frac{|m|}{\sqrt{1+k^2}}$,

所以 $S_{\triangle ABO} = \frac{1}{2} \frac{4\sqrt{k^2+1} \cdot \sqrt{4k^2+1-m^2}}{4k^2+1} \cdot \frac{|m|}{\sqrt{k^2+1}} = 1$, 整理得: $4k^2 + 1 = 2m^2$.

则 $|AB| = \frac{4\sqrt{k^2+1} \cdot \sqrt{4k^2+1-m^2}}{4k^2+1} = \frac{2\sqrt{2}\sqrt{k^2+1}}{\sqrt{4k^2+1}}$,

$x_0 = \frac{x_1 + x_2}{2} = -\frac{4km}{4k^2+1}$, $y_0 = \frac{m}{4k^2+1}$, 得 $|OM| = \sqrt{x_0^2 + y_0^2} = \sqrt{\frac{16k^2+1}{2(4k^2+1)}}$.

所以 $|OM| \cdot |AB| = \sqrt{\frac{4(k^2+1)(16k^2+1)}{4k^2+1}} \leq \sqrt{\left(\frac{20k^2+5}{2}\right)^2} = \frac{5}{2}$,

当且仅当 $k = \pm \frac{1}{2}$ 时, $(|OM| \cdot |AB|)_{\max} = \frac{5}{2}$, 故 $\lambda \geq \frac{5}{2}$, 即 $\lambda_{\min} = \frac{5}{2}$.

若选②, 假设存在实数 λ , 使得 $|OM| \cdot |AB| \leq \lambda$ 恒成立.

$$\text{同选①方法得} \begin{cases} \Delta = 16(4k^2 + 1 - m^2) > 0 \\ x_1 + x_2 = -\frac{8km}{4k^2 + 1} \\ x_1 x_2 = \frac{4m^2 - 4}{4k^2 + 1} \end{cases} \cdot \text{由} |\vec{m} + \vec{n}| = |\vec{m} - \vec{n}| \text{得} \vec{m} \cdot \vec{n} = 0,$$

即 $\frac{x_1 x_2}{4} + (kx_1 + m)(kx_2 + m) = 0$, 化简得 $4k^2 + 1 = 2m^2$. 下同选①方法解得 $\lambda_{\min} = \frac{5}{2}$.

评注 本题第二问条件缺失, 需要从备选条件中选其一, 选择时要根据解决解析几何问题的一般策略, 即考虑哪个条件能够便于坐标化, 利用代数的方法来解决几何问题. 但是在动手解决之前很难清楚哪个方案更优, 更适合自己的解答, 如果两个方案都试一次显然会耗费大量的时间, 更能考验一个学生的综合能力、知识储备和解题经验积累. 可以说, 此类的求解与学习更好的促进学生深入的学习, 深度的思考问题、剖析问题, 从宏观角度把握知识, 全面提升数学能力和发展数学素养等.

例7 2020年是我国全面建成小康社会和“十三五”规划收官之年, 也是佛山在经济总量超万亿元新起点上开启发展新征程的重要历史节点. 作为制造业城市, 佛山一直坚持把创新摆在制造业发展全局的前置位置和核心位置, 聚焦打造成为面向全球的国家制造业创新中心, 走“世界科技+佛山智造+全球市场”的创新之路. 在推动制造业高质量发展的大环境下, 佛山市某工厂统筹各类资源, 进行了积极的改革探索. 下表是该工厂每月生产的一种核心产品的产量 x ($5 \leq x \leq 20$) (件) 与相应的生产总成本

y (万元) 的四组对照数据.

x	5	7	9	11
y	200	298	431	609

工厂研究人员建立了 y 与 x 的两种回归模型, 利用计算机算得近似结果如下:

$$\text{模型①: } \hat{y} = \frac{x^3}{3} + 173; \quad \text{模型②: } \hat{y} = 68x - 160.$$

其中模型①的残差 (实际值-预报值) 图如图2所示:

根据残差分析, 判断哪一个更适宜作为 y 关于 x 的回归方程? 并说明理由;

解 模型②的残差数据如下表:

x	5	7	9	11
y	200	298	431	609
\hat{e}	20	-18	-21	21

模型②的残点图如图3所示.

模型①更适宜作为 y 关于 x 的回归方程, 因为:

理由1: 模型①4个样本点的残差的绝对值都比模型②小;

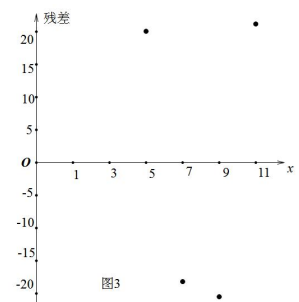
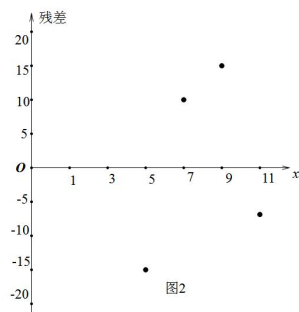
理由2: 模型①4个样本的残差点落在的带状区域比模型②的带状区域更窄;

理由3: 模型①4个样本的残差点比模型②的残差点更贴近 x 轴.

评注 本题的答案不唯一, 具有多种评价解决标准, 是结构不良试题的一种类型, 这类问题具有很强的开放性, 承载了高考考查创新性的要求. 本题主要考察学生对回归分析有关知识本质的理解, 很好的考察学生运用知识解决问题的能力. 因此此类问题的教学与训练对培育学生的数学综合能力等有积极意义.

三、教学启示

1. 聚焦考试评价体系



《中国高考评价体系》明确指出“四翼”的高考考查要求，即分别从基础性、综合性、应用性、创新性的角度对素质教育的目标进行评价。其中创新性要求设置新颖的试题呈现方式和设问方式^[3]，教育部考试命题中心的命题专家说过，在保证基础试题占一定比例的前提下，要加大综合性、应用性试题的考查，以提高学生用学过的知识解决问题的能力。结构不良试题可以很好地承担这样的考查功能。

2. 设置合理问题情境

在教学中，教师设置开放性、多样化的问题情境，情境的设置体现学科特色，紧扣教学内容，凸显学习重点^[4]，激发学生学习的动力和热情，引导学生在不同的情境中抽象出数学问题，理解数学的本质，感悟思想方法。结构不良试题综合要求高，理解困难，没有现成的解题套路可用。要破解这些试题，功夫在平时，要平时教学中设置合理问题情境，加强学生阅读理解能力训练，加强学数学思想方法的提炼和总结。虽然没有具体的套路，但是基本数学思想却可以破解它。

3. 唤醒学生数学思维

求解结构不良试题需要学生从不同角度、不同途径去设想，这就是发散思维。因此，教师在教学中把“教”更多地聚焦在思维层面上，利用教学过程中师生之间的数学思维活动，去了解学生的思维水平，判断自己的“教”是否引发了学生的“学”，并最终学会了^[5]。教会学生对结构不良试题要精准分类，不同类型从不同角度不同途径去思考分析。结构不良试题中相关量多且易混的，在考试中遇到这样的题，一定不能慌张，要冷静，要将已知条件一一列举出来，仔细分析，找出各个量之间的联系，建立起与我们所学知识的联系，从而顺利解决它。对条件特别杂乱的题要采用一些方法，如列举法、列表法、图示法等，目的是理清已知条件、弄清题意，只有理解题意，才能找到解决办法；结构不良试题中考点不明的，解题的关键在于明确考点，建立已知条件与所要解决的问题之间的联系，要善于将已知条件与已有的知识储备建立联系，做到月晕而风，础润而雨，能见微知著。结构不良试题中推理有困难，情形较复杂的试题，要善于运用数学思想方法去突破。

参考文献：

- [1]任子朝. 从能力立意到素养导向[J]. 中学数学教学参考, 2018(5): 1.
- [2]任子朝 赵轩. 数学考试中的结构不良问题研究[J]. 数学通报, 2020(2): 1-3.
- [3]教育部考试中心. 中国高考评价体系[M]. 北京:人民教育出版社, 2019.
- [4]余文森. 核心素养导向下的课堂教学[M]. 上海:上海教育出版社, 2019.
- [5]张鹤. 唤醒思维的数学书[M]. 北京:中国大百科全书出版社, 2020.